

Kurt Gödels problem med konstitutionen

I ndien må idag vara världens numerärt största demokrati, men Amerikas förenta stater räknas till de äldsta tack vare sin grundlag, *The U.S. Constitution*, antagen 1787 och ratificerad 1788. I USA är konstitutionen och i synnerhet dess tillägg (*amendments*) ständigt föremål för debatt. De tio första tilläggen, gemensamt kallade *Bill of Rights*, specificerar medborgarnas rättigheter. Slaveri förbjöds 1865 med det trettonde tillägget, men rasåtskillnad fortsatte att gälla till 1950-talet trots det fjortonde tilläggets (1868) utfästelse om lika skydd under lagen och det femtonde (1870) om lika rösträtt oavsett ras. Det nittonde tillägget (1920) stipulerade lika rösträtt för bägge könen.

Montesquieus tredelning av makten i en verk-

ställande, en lagstiftande och en dömande (1748) har tvivelsutan varit utgångspunkt för dem som en gång utarbetade USA:s konstitution. De välmenande principerna och processerna kan ge intrycket av att demokrati och laglighet är grundmurade, men utvecklingen de senaste åren har fått många att tvivla. Man vill så gärna tro att de amerikanska institutionerna kan stå pall mot diktatoriska avsikter, men finns det garantier för att inte en karismatisk demagog – som vi nu ser ett exempel på – kunde tillskansa sig den högsta makten och därefter agera diktator? Kan man kontrollera om det här stämmer? Frågan ställdes 1947 av Kurt Gödel, 1900-talets mest kända logiker.

Gödel föddes 1906 i Brunn, dåtida Österrike-

Ungern (nu Brno i Tjeckien), och studerade matematik vid Wiens universitet. Han intresserade sig också för vetenskapsfilosofi och engagerade sig i den så kallade Wienkretsen, vars ledande gestalter, Moritz Schlick, Hans Hahn och Rudolf Carnap, representerade den då blomstrande logiska positivismen. Gödel disputerade 1929 under Hahns presidium i ämnet matematisk logik och framlade några år senare sina två berömda ofullständighetssatser. De kan uppfattas som bevis mot David Hilberts kända försök att skapa en fullständig och konsistent uppsättning axiom för hela matematiken. Med en liten överdrift kan man säga att Gödels teorem ointetgjorde Hilberts program. I praktiken sätter de gränser för vad man kan åstadkomma med formella system.

Fullständighet betyder i detta sammanhang att alla påståenden antingen kan bevisas vara sanna eller falska inom ett grundläggande system av formella resonemang, varav de axiombaserade deduktiva bevisen för euklidisk geometri utgör ett klassiskt exempel. Konsistens innebär att systemet inte tillåter motstridigheter. Gödels två ofullständighetsteorem innebär att om ett axiomsystem är tillräckligt avancerat för aritmetiken kan det inte vara både fullständigt och konsistent. Logiska system såsom matematiken är obetingat konsistenta. Då måste man ge avkall på fullständighet, vilket betyder att det finns satser som varken kan bevisas som sanna eller falska. Det märkliga är att man inte på förhand kan bedöma vilka dessa satser är.

*

Under 1930-talet omvandlades Gödels hemland successivt till en fascistisk diktatur. Wienkretsen upplöstes. Schlick mördades i juni 1936 på universitetet av en av sina tidigare elever. Hahn hade avlidit några år tidigare i cancer. Många professorer emigrerade. Stämningen var tryckt och gav Gödel, som redan var en celebritet, svår ångest. Han fruktade förgiftning – en till paranoia gränsande rädsla som bestod livet ut och även bidrog till hans död 1978. I mars 1938 förenades Österrike med Tyskland i det så kallade *Anschluss*. Samma år gifte sig Gödel med Adele Nimbusky, vilket stabiliserade hans hälsa något. Han besökte också amerikanska universitet och kände sig välkommen där. Ännu i början av år

1940, under brinnande krig, fick Gödel ett visum till Förenta staterna. Denna gång gick resan österut längs den transsibiriska järnvägen (Norra Atlanten var då otillgänglig på grund av sjökriget), med båt från Yokohama till San Francisco, och därifrån över kontinenten till Princeton, New Jersey. Han blev likt många andra akademiska flyktingar (bland vilka många var judar) anställd vid det prestigefyllda *Institute for Advanced Study*, där han omsider blev professor. Europa tömdes bokstavligen på sina bästa hjärnor. Gödel återkom aldrig till sitt hemland.

I Princeton blev Gödel nära vän med den kände fysikern Albert Einstein samt matematikern och ekonomen Oskar Morgenstern,¹ som anlant tidigare och redan var naturaliserade. Efter krigsslutet uppmuntrade dessa honom att ansöka om amerikanskt medborgarskap, för vilket man behövde klara ett prov kallat *U.S. Citizenship Exam*. Trots vännernas försäkran om att processen var en formalitet tog sig Gödel an uppgiften med flit och allvar och studerade landets historia och de rådande lagarna, i synnerhet grundlagen. Han ville få ett säkert svar på frågan, om detsamma som en gång hände i hans hemland kunde upprepas i USA. Är demokrati en logisk följd av landets konstitution?

En kort utvikning, som i första anblick kan förefalla avlägsen, må här tillåtas till euklidisk geometri. Det kända parallellpostulatet (eller -axiomet), formulerat av Euklides för 2300 år sedan, säger:

När en rät linje skär två andra räta linjer (i samma plan), och de två inre vinklarna på samma sida om den skärande linjen är mindre än två räta, skall de två räta linjerna, om de förlängs obegränsat, råkas på samma sida om den skärande linjen.

I nästan 2000 år hade många matematiker levat i tron att parallellpostulatet på något sätt följde av de fyra andra euklidiska postulaten, men detta motbevisades i början av 1800-talet. Parallellpostulatet visade sig vara oberoende av de andra. Det kännetecknar bara en viss typ av geometri, i vilken triangelns vinkelsumma alltid är lika med 180° . Byter man ut parallellpostulatet mot något annat oberoende postulat får man ett annat slag av geometri än det

¹ Morgenstern och John von Neumann gäller som den moderna spelteoriens grundare. Morgenstern beskrev Gödel som den största logikern sedan Aristoteles.

euklidiska, där trianglars vinkelsumma avviker från 180°. Kruxet är att alla dessa geometrier är internt konsistenta, alltså motsägelsefria.

Långt före medborgarskapsförhöret blev Gödel nervös och ringde upp Morgenstern. Denne försäkrade Gödel att de ”på sin höjd kan fråga vilken typ av regering vi har,” men det lugnade honom inte. Enligt Morgenstern ”berättade han för mig rätt livligt att han i konstitutionen hade funnit vissa inre motsägelser och att han kunde visa hur det på ett fullt lagligt sätt skulle vara möjligt för någon att bli en diktator och upprätta en fascistisk regim, något som de som utarbetade konstitutionen knappast hade tänkt på.” Gödel hade uppenbarligen hittat kryphål i lagtexten.

Dagen för förhöret den 5 december 1947 åkte de två vännerna med Gödel till rättshuset i Trenton som vittnen. Morgenstern körde, Gödel satt ensam på bakbänken. Då Einstein vände sig och frågade Gödel om han nu var väl förberedd, såg denne skräckslagen ut. Einstein, som var känd för ironisk humor, tyckte om att retas med sin allvarsamma 27 år yngre vän.

Läsning av konstitutionen verkar alltså ha lett Gödel till en skrämmande upptäckt: Både demokrati och dess motsats var förenliga med USA:s grundlag. Morgenstern och Einstein gjorde sitt bästa för att avleda Gödel från denna obehagliga tankegång och oroade sig för att det skulle undergräva dennes medborgarskapsansökan. Hur som helst kom ämnet upp under förhöret. Gödel försökte förklara det konstitutionella problemet för sin examinerare, domaren Philip Forman. Denne tycks dock ha skjutit bort frågan och bytt samtalsämne, och så var förhöret över. Gödel svor eden i april 1948.

De tillgängliga dokumenten talar inte om vilket argument Gödel hade i åtanke. Vilken typ av regering kan konstitutionen tillåta? Och hur kan ett lagligt maktskifte till diktatur gå till i praktiken? Det föreligger många spekulationer.

Som matematiker kan Gödel ha kommit underfund med elektorskollegiets processer och deras inre motsättningar. Han kan till exempel ha förstått hur systemet går att manipulera för att driva upp en minoritet till makten och hur man kan dra nytta

av gerrymanderingens² besynnerliga principer. Han kan också ha insett de potentiella inkonsekvenserna i presidentens benådningsrätt. Möjligheten att benåda vem som helst, inklusive sig själv, kan potentiellt försvaga maktfördelningen så att den möjliggör en diktatur. Idén om en ”president som kan benåda alla som inte kan benåda sig själva” är slående lik det slags självrefererande utsaga, typ lögnarparadoxen eller Russells ”barberarparadox”,³ som ligger bakom Gödels ofullständighetsteorem.

Även om Trumps rådgivare knappast är lika smarta som Gödel, finns det alltid en risk för antidemokratiska manövrar. Sådana kan förverkligas om de domare som Trump utnämnt, och kommer att utnämna i fall han blir vald, till Högsta domstolen, fungerar som hans och hans gelikars lojala ombud. Det har de redan visat prov på i fallet om aborträtten, som nu blivit en fråga för delstaterna.

JOHAN STÉN

- 2 Förändringar i valkretsindelning som görs för att gynna ett parti eller en kandidat.
- 3 Barberaren klipper alla män i staden utom dem som klipper sig själva. Frågan är, klipper barberaren sig själv? Hur man än svarar på frågan får man en motsägelse.

Källor:

Holt, Jim: *When Einstein walked with Gödel. Excursions to the edge of thought*. New York: Farrar, Straus and Giroux, 2018.

Lepore, Jill: ”When Constitutions took over the world”. *The New Yorker*, 22.3.2021.

”Oskar Morgenstern’s account of Kurt Gödel’s naturalization”. Dokumentet tillgängligt på IAS webbsida: <http://cdm.itg.ias.edu/cdm/ref/collection/coll12/id/2985>

Yandell, Benjamin H.: *The Honors Class. Hilbert’s problems and their solvers*. Natick (MA): A.K. Peters, 2021.